

FICHA DE ACTIVIDAD – CURSO FORMACIÓN DEL
PROFESORADO

Desarrollo de un test de primalidad con el uso de Machine Learning



Matemáticas

Diego Sánchez Salazar

IES Cardenal Cisneros, Madrid

(Fecha: 23/02/2023)

Fostering Artificial Intelligence at Schools

FAIAS – Ficha de actividad

Nombre de la actividad	Asignatura y nivel educativo	n . de alumnos/grupo
Desarrollo de un test de primalidad con el uso de Machine Learning	Matemáticas. 1º o 2º ESO.	25. Trabajo por parejas.
Objetivos		
<ul style="list-style-type: none"> - Utilizar el Machine Learning para determinar si un número es primo o compuesto. - Conocer la distribución de los números primos, su densidad y sus particularidades. - Discernir si un número es o no primo a través de distintas técnicas (factorización, Criba de Eratóstenes...). 		
Contextualización		
<p>Se trabajan las siguientes competencias recogidas en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre:</p> <ul style="list-style-type: none"> - b) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología. - c) Competencia digital. - d) Aprender a aprender. <p>La presencia de las dos primeras competencias en nuestra actividad es más que evidente, y justo la metodología planteada no solo permite alcanzar los saberes que desarrollan estas dos competencias; sino que además plantea problemas mucho más allá sobre lo que significa aprender (para los humanos y para las máquinas). El proceso de Machine Learning brinda una gran oportunidad para desentrañar qué diferencia hay entre un proceso de aprendizaje deductivo e inductivo y el cómo en las matemáticas aplicadas no siempre se cuenta con certezas sino que muchas veces se trabaja, igual que en el mundo de la IA: con probabilidades. También permite enfocar un mismo problema desde varias perspectivas distintas y no solo mecanizar un algoritmo repetitivo como la factorización que se suele enseñar en esos niveles de ESO.</p> <p>El trabajo en parejas puede ser enormemente beneficioso por lo comentado anteriormente. Dado que el problema planteado se puede encarar de muchas maneras distintas, el alumnado puede repartirse cada uno de estos enfoques y contrastar resultados y conclusiones al respecto de la información extraída.</p>		

Competencias	
<ul style="list-style-type: none"> - b) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología. - c) Competencia digital. - d) Aprender a aprender. 	
Saberes básicos	Sentido numérico y sentido estocástico
Enunciado de la actividad	
<p>El alumnado se embarca en un proyecto de investigación acerca de la estructura de los números primos. Comienza con varias definiciones de los mismos, desde una aproximación más teórica relacionada con la divisibilidad hasta una más geométrica, en la que el alumnado recibe varios bloques con los que pueden formar rectángulos. Se deja trabajar durante unos minutos y se extraen distintas conclusiones. Esencialmente: los números compuestos se pueden configurar en un rectángulo (12 cubitos se colocan en un rectángulo 4x3 o uno 2x6 o uno 12x1) mientras que los números primos solo tienen la opción de estar todos los bloques en fila (7 bloques solo pueden colocarse como 7x1 u, obviamente, 1x7). Más tarde, se introduce un ejercicio en el que el alumnado tiene que tachar los números compuestos siguiendo el método que propone la criba de Eratóstenes. Toda vez que esto está hecho, una puesta en común permitirá extraer multitud de conclusiones. Entre ellas, se pueden alcanzar pensamientos del estilo “cada vez hay menos números primos”, “no hay un patron evidente” o “para saber si un número es primo o no, es muy poco eficiente tener que hacer este proceso cada vez”.</p> <p>En estos sentidos, se pueden completar muchos aprendizajes que abarca las competencias matemática y digital. Se pueden construir otras representaciones como la espiral de Ulam para observar que quizá sí que hay ciertos patrones. Acerca de la competencia digital, podemos programar con Scratch (u otras herramientas de fácil alcance para el alumnado tan joven) el propio algoritmo hasta reflexionar sobre la complejidad y el tiempo de computación de los posibles algoritmos de primalidad que existen.</p> <p>Una vez ya hemos visto los beneficios de estos algoritmos, pero sobre todo sus limitaciones, nos dirigimos a encarar la actividad de Machine Learning. En LearningML creamos un proyecto de aprendizaje automático con dos categorías: “números primos” y “números compuestos”. En ellas, cada pareja volcará los números primos y compuestos de los que tiene constancia. Es decir, los que ha ido clasificando en la primera parte del proyecto (criba de Eratóstenes). En ese momento, hacemos una primera prueba de primalidad y ponemos en común. Observamos que nuestra muestra no es representativa, pues solo reúne en los contenedores a los primeros n números, y quizá debimos ponerlos de todas las magnitudes posibles. Al mismo tiempo, se puede hablar de qué pasa cuando el tamaño de la muestra aumenta o disminuye en relación con la fiabilidad de las probabilidades que el modelo otorga. ¿Debe de ser la muestra igual entre primos y compuestos o respetar la proporción de primos-compuestos? ¿Cuál es esta? ¿Es constante o cambia a medida que n aumenta? Los primos son infinitos -y podemos demostrarlo en el camino-, pero también parece que cada vez hay menos. Si ponemos un número muy alto, ¿la probabilidad de que sea compuesta es cada vez más grande</p>	

independientemente del número que elijamos? Los casos “extraños” también serán dignos de analizar, ¿qué pasa con el número 2? Es primo, claro, pero también es par y como el resto de pares son compuestos es posible que el modelo se confunda. ¿Qué pasa con el número 1? ¿Es primo o compuesto? Etc.

El alumnado más aventajado puede cerrar la actividad con una pequeña aproximación a la criptografía y la enorme importancia de los números primos en, por ejemplo, la seguridad de internet.

Temporización

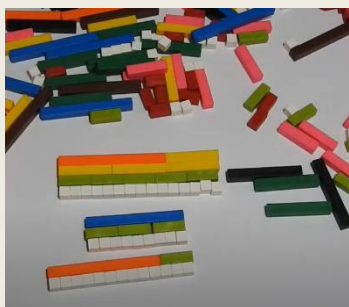
4 sesiones.

1. Definición, propiedades, factorización de números compuestos.
2. Criba de Eratóstenes. Densidad de los números primos. Representaciones.
3. Tests de primalidad con Scratch.
4. Tests de primalidad con LearningML. Cierre y reflexiones finales.

Uso de Inteligencia Artificial

El uso de LearningML como herramienta de aprendizaje automático ha sido descrito en el apartado anterior.

Descripción Visual



La Criba de Eratóstenes 🧐

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

101	100	99	98	97	96	95	94	93	92	91
102	65	64	63	62	61	60	59	58	57	90
103	66	37	36	35	34	33	32	31	56	89
104	67	38	17	16	15	14	13	30	55	88
105	68	39	18	5	4	3	12	29	54	87
106	69	40	19	6	1	2	11	28	53	86
107	70	41	20	7	8	9	10	27	52	85
108	71	42	21	22	23	24	25	26	51	84
109	72	43	44	45	46	47	48	49	50	83
110	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121

1. Entrenar
Primeros números primos con criba de Eratóstenes

Selecciona los datos

Comprobamos (1/2)

21
23
25
27
29

primos (1/2)

11
13
17
19

2. Aprender
Lograr el aprendizaje de aprender a clasificar números

3. Probar
Intentar reconocer números primos y compuestos en un conjunto de datos aleatorios

Mostrar 10

¿Cuántos primos se han clasificado correctamente en este grupo?

- Comprobamos (1/2) (3/3)
- Entrenamos (1/2) (1/1)

1. Entrenar
Primeros números primos con criba de Eratóstenes

Selecciona los datos

Comprobamos (2/1)

21
23
25
27
29

primos (2/1)

11
13
17
19

2. Aprender
Lograr el aprendizaje de aprender a clasificar números

3. Probar
Intentar reconocer números primos y compuestos en un conjunto de datos aleatorios

Mostrar 10

¿Cuántos primos se han clasificado correctamente en este grupo?

- Comprobamos (2/1) (2/1)
- Entrenamos (2/1) (1/1)

Reflexión y capacidad crítica

En el enunciado de la actividad se han proporcionado algunas de las preguntas que pueden surgir en el proceso de aprendizaje, pero hay infinitas más que el alumnado podría alcanzar. Por ejemplo, vemos que a medida que vamos aumentando la muestra de datos la probabilidad de que 10 sea un número compuesto va creciendo. ¿Esto seguirá pasando? ¿Se estabilizará esa probabilidad en torno a un valor menor que 100 % o irá creciendo hacia él? ¿Ocurrirá así con todos los números o solo con el 10? Si no es con todos, ¿con cuáles? ¿y por qué? Cada paso que damos en el uso de esta herramienta abre multitud de preguntas cuyas respuestas pueden, de hecho, ser alcanzadas mediante el uso de la propia inteligencia artificial.

Criterios de evaluación

La primera parte de la tarea se evaluará en función de las aportaciones en las puestas en común y las fichas rellenas que contienen la criba de Eratóstenes y la espiral de Ulam. La parte fuerte de la evaluación tiene que ver con el algoritmo construido por el alumnado en Scratch y el que entrenan en LearningML. El código será revisado por el profesor y la calificación atenderá esencialmente a la estructura del programa, donde se valorarán aspectos como la concisión, la optimización y interacción del usuario con la interfaz. También se tendrá en cuenta, evidentemente, que el programa haga lo que se espera de él. Esto es: si es capaz de reconocer la primalidad o no primalidad de los números que le demos. Por último, probaremos una lista de 10 números en el modelo de LearningML. Si el programa acierta con más de un 80 % de fiabilidad en un número recibido, el grupo recibirá 1 punto. Si acierta con un porcentaje entre 50 % y 70 %, la puntuación será de 0,5. Si el programa se equivoca, la puntuación será de 0.

Competencias específicas:

1. Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las matemáticas, aplicando diferentes estrategias y formas de razonamiento, para explorar distintas maneras de proceder y obtener posibles soluciones.
2. Analizar las soluciones de un problema usando diferentes técnicas y herramientas, evaluando las respuestas obtenidas, para verificar su validez e idoneidad desde un punto de vista matemático y su repercusión global
4. Utilizar los principios del pensamiento computacional organizando datos, descomponiendo en partes, reconociendo patrones, interpretando, modificando y creando algoritmos, para modelizar situaciones y resolver problemas de forma eficaz.
5. Reconocer y utilizar conexiones entre los diferentes elementos matemáticos, interconectando conceptos y procedimientos, para desarrollar una visión de las matemáticas como un todo integrado.

Materiales y licencia

No es necesario el uso de materiales propios en esta actividad más allá del propio del alumnado: papel, bolígrafo, colores. También necesitaremos ordenadores en el aula de informática las dos últimas sesiones.

Listado de recursos

Regletas:

<https://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoescuela/recursosdigitales/2020/04/29/descomponer-en-factores-primos/> Francisco Morales. CC – Reconocimiento – NoComercial – CompartirIgual (by-nc-sa)

LearningML: <https://web.learningml.org/> Juan David Rodríguez García.

Scratch: <https://scratch.mit.edu/>

Información adicional

Vídeo presentación de la actividad: <https://youtu.be/voVcQ19Hzoc>