

FICHA DE ACTIVIDAD – CURSO FORMACIÓN DEL  
PROFESORADO

# Desarrollo de un test de primalidad con el uso de Machine Learning

Matemáticas

Diego Sánchez Salazar

IES Cardenal Cisneros, Madrid

(Fecha: 23/02/2023)

## Fostering Artificial Intelligence at Schools




# FAIAS – Ficha de actividad

Nombre de la actividad	Asignatura y nivel educativo	n . de alumnos/grupo
Desarrollo de un test de primalidad con el uso de Machine Learning	Matemáticas. 1º o 2º ESO.	25. Trabajo por parejas.
<b>Objetivos</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilizar el Machine Learning para determinar si un número es primo o compuesto.</li> <li>- Conocer la distribución de los números primos, su densidad y sus particularidades.</li> <li>- Discernir si un número es o no primo a través de distintas técnicas (factorización, Criba de Eratóstenes...).</li> </ul>		
<b>Contextualización</b>		
<p>Se trabajan las siguientes competencias recogidas en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- b) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.</li> <li>- c) Competencia digital.</li> <li>- d) Aprender a aprender.</li> </ul> <p>La presencia de las dos primeras competencias en nuestra actividad es más que evidente, y justo la metodología planteada no solo permite alcanzar los saberes que desarrollan estas dos competencias; sino que además plantea problemas mucho más allá sobre lo que significa aprender (para los humanos y para las máquinas). El proceso de Machine Learning brinda una gran oportunidad para desentrañar qué diferencia hay entre un proceso de aprendizaje deductivo e inductivo y el cómo en las matemáticas aplicadas no siempre se cuenta con certezas sino que muchas veces se trabaja, igual que en el mundo de la IA: con probabilidades. También permite enfocar un mismo problema desde varias perspectivas distintas y no solo mecanizar un algoritmo repetitivo como la factorización que se suele enseñar en esos niveles de ESO.</p> <p>El trabajo en parejas puede ser enormemente beneficioso por lo comentado anteriormente. Dado que el problema planteado se puede encarar de muchas maneras distintas, el alumnado puede repartirse cada uno de estos enfoques y contrastar resultados y conclusiones al respecto de la información extraída.</p>		

Competencias	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- b) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.</li> <li>- c) Competencia digital.</li> <li>- d) Aprender a aprender.</li> </ul>	
Saberes básicos	Sentido numérico y sentido estocástico
Enunciado de la actividad	
<p>El alumnado se embarca en un proyecto de investigación acerca de la estructura de los números primos. Comienza con varias definiciones de los mismos, desde una aproximación más teórica relacionada con la divisibilidad hasta una más geométrica, en la que el alumnado recibe varios bloques con los que pueden formar rectángulos. Se deja trabajar durante unos minutos y se extraen distintas conclusiones. Esencialmente: los números compuestos se pueden configurar en un rectángulo (12 cubitos se colocan en un rectángulo 4x3 o uno 2x6 o uno 12x1) mientras que los números primos solo tienen la opción de estar todos los bloques en fila (7 bloques solo pueden colocarse como 7x1 u, obviamente, 1x7). Más tarde, se introduce un ejercicio en el que el alumnado tiene que tachar los números compuestos siguiendo el método que propone la criba de Eratóstenes. Toda vez que esto está hecho, una puesta en común permitirá extraer multitud de conclusiones. Entre ellas, se pueden alcanzar pensamientos del estilo “cada vez hay menos números primos”, “no hay un patron evidente” o “para saber si un número es primo o no, es muy poco eficiente tener que hacer este proceso cada vez”.</p> <p>En estos sentidos, se pueden completar muchos aprendizajes que abarca las competencias matemática y digital. Se pueden construir otras representaciones como la espiral de Ulam para observar que quizá sí que hay ciertos patrones. Acerca de la competencia digital, podemos programar con Scratch (u otras herramientas de fácil alcance para el alumnado tan joven) el propio algoritmo hasta reflexionar sobre la complejidad y el tiempo de computación de los posibles algoritmos de primalidad que existen.</p> <p>Una vez ya hemos visto los beneficios de estos algoritmos, pero sobre todo sus limitaciones, nos dirigimos a encarar la actividad de Machine Learning. En LearningML creamos un proyecto de aprendizaje automático con dos categorías: “números primos” y “números compuestos”. En ellas, cada pareja volcará los números primos y compuestos de los que tiene constancia. Es decir, los que ha ido clasificando en la primera parte del proyecto (criba de Eratóstenes). En ese momento, hacemos una primera prueba de primalidad y ponemos en común. Observamos que nuestra muestra no es representativa, pues solo reúne en los contenedores a los primeros n números, y quizá debimos ponerlos de todas las magnitudes posibles. Al mismo tiempo, se puede hablar de qué pasa cuando el tamaño de la muestra aumenta o disminuye en relación con la fiabilidad de las probabilidades que el modelo otorga. ¿Debe de ser la muestra igual entre primos y compuestos o respetar la proporción de primos-compuestos? ¿Cuál es esta? ¿Es constante o cambia a medida que n aumenta? Los primos son infinitos -y podemos demostrarlo en el camino-, pero también parece que cada vez hay menos. Si ponemos un número muy alto, ¿la probabilidad de que sea compuesta es cada vez más grande</p>	

independientemente del número que elijamos? Los casos “extraños” también serán dignos de analizar, ¿qué pasa con el número 2? Es primo, claro, pero también es par y como el resto de pares son compuestos es posible que el modelo se confunda. ¿Qué pasa con el número 1? ¿Es primo o compuesto? Etc.

El alumnado más aventajado puede cerrar la actividad con una pequeña aproximación a la criptografía y la enorme importancia de los números primos en, por ejemplo, la seguridad de internet.

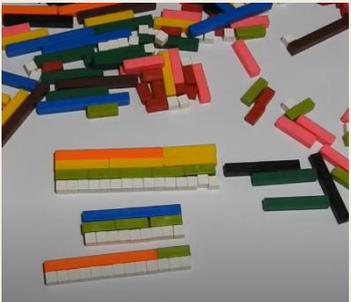
### Temporización

- 4 sesiones.
1. Definición, propiedades, factorización de números compuestos.
  2. Criba de Eratóstenes. Densidad de los números primos. Representaciones.
  3. Tests de primalidad con Scratch.
  4. Tests de primalidad con LearningML. Cierre y reflexiones finales.

### Uso de Inteligencia Artificial

El uso de LearningML como herramienta de aprendizaje automático ha sido descrito en el apartado anterior.

### Descripción Visual



**La Criba de Eratóstenes**

1	2	3	5	7	11	13	17	19	23
11	13	17	19	23	29	31	37	41	43
31	37	41	43	47	49	53	59	61	67
41	43	47	49	53	59	61	67	71	73
61	67	71	73	77	79	83	89	91	93
71	73	77	79	83	89	91	93	97	99
91	93	97	99	101	103	107	109	113	115
101	103	107	109	113	115	119	121	123	125
103	107	109	113	115	119	121	123	125	127
105	107	109	113	115	119	121	123	125	127
106	107	109	113	115	119	121	123	125	127
107	109	113	115	119	121	123	125	127	129
108	109	113	115	119	121	123	125	127	129
109	113	115	119	121	123	125	127	129	131
110	113	115	119	121	123	125	127	129	131
111	113	115	119	121	123	125	127	129	131
112	113	115	119	121	123	125	127	129	131
113	115	119	121	123	125	127	129	131	133
114	115	119	121	123	125	127	129	131	133
115	119	121	123	125	127	129	131	133	135
116	119	121	123	125	127	129	131	133	135
117	119	121	123	125	127	129	131	133	135
118	119	121	123	125	127	129	131	133	135
119	121	123	125	127	129	131	133	135	137
120	121	123	125	127	129	131	133	135	137
121	123	125	127	129	131	133	135	137	139
122	123	125	127	129	131	133	135	137	139
123	125	127	129	131	133	135	137	139	141
124	125	127	129	131	133	135	137	139	141
125	127	129	131	133	135	137	139	141	143
126	127	129	131	133	135	137	139	141	143
127	129	131	133	135	137	139	141	143	145
128	129	131	133	135	137	139	141	143	145
129	131	133	135	137	139	141	143	145	147
130	131	133	135	137	139	141	143	145	147
131	133	135	137	139	141	143	145	147	149
132	133	135	137	139	141	143	145	147	149
133	135	137	139	141	143	145	147	149	151
134	135	137	139	141	143	145	147	149	151
135	137	139	141	143	145	147	149	151	153
136	137	139	141	143	145	147	149	151	153
137	139	141	143	145	147	149	151	153	155
138	139	141	143	145	147	149	151	153	155
139	141	143	145	147	149	151	153	155	157
140	141	143	145	147	149	151	153	155	157
141	143	145	147	149	151	153	155	157	159
142	143	145	147	149	151	153	155	157	159
143	145	147	149	151	153	155	157	159	161
144	145	147	149	151	153	155	157	159	161
145	147	149	151	153	155	157	159	161	163
146	147	149	151	153	155	157	159	161	163
147	149	151	153	155	157	159	161	163	165
148	149	151	153	155	157	159	161	163	165
149	151	153	155	157	159	161	163	165	167
150	151	153	155	157	159	161	163	165	167
151	153	155	157	159	161	163	165	167	169
152	153	155	157	159	161	163	165	167	169
153	155	157	159	161	163	165	167	169	171
154	155	157	159	161	163	165	167	169	171
155	157	159	161	163	165	167	169	171	173
156	157	159	161	163	165	167	169	171	173
157	159	161	163	165	167	169	171	173	175
158	159	161	163	165	167	169	171	173	175
159	161	163	165	167	169	171	173	175	177
160	161	163	165	167	169	171	173	175	177
161	163	165	167	169	171	173	175	177	179
162	163	165	167	169	171	173	175	177	179
163	165	167	169	171	173	175	177	179	181
164	165	167	169	171	173	175	177	179	181
165	167	169	171	173	175	177	179	181	183
166	167	169	171	173	175	177	179	181	183
167	169	171	173	175	177	179	181	183	185
168	169	171	173	175	177	179	181	183	185
169	171	173	175	177	179	181	183	185	187
170	171	173	175	177	179	181	183	185	187
171	173	175	177	179	181	183	185	187	189
172	173	175	177	179	181	183	185	187	189
173	175	177	179	181	183	185	187	189	191
174	175	177	179	181	183	185	187	189	191
175	177	179	181	183	185	187	189	191	193
176	177	179	181	183	185	187	189	191	193
177	179	181	183	185	187	189	191	193	195
178	179	181	183	185	187	189	191	193	195
179	181	183	185	187	189	191	193	195	197
180	181	183	185	187	189	191	193	195	197
181	183	185	187	189	191	193	195	197	199
182	183	185	187	189	191	193	195	197	199
183	185	187	189	191	193	195	197	199	201
184	185	187	189	191	193	195	197	199	201
185	187	189	191	193	195	197	199	201	203
186	187	189	191	193	195	197	199	201	203
187	189	191	193	195	197	199	201	203	205
188	189	191	193	195	197	199	201	203	205
189	191	193	195	197	199	201	203	205	207
190	191	193	195	197	199	201	203	205	207
191	193	195	197	199	201	203	205	207	209
192	193	195	197	199	201	203	205	207	209
193	195	197	199	201	203	205	207	209	211
194	195	197	199	201	203	205	207	209	211
195	197	199	201	203	205	207	209	211	213
196	197	199	201	203	205	207	209	211	213
197	199	201	203	205	207	209	211	213	215
198	199	201	203	205	207	209	211	213	215
199	201	203	205	207	209	211	213	215	217
200	201	203	205	207	209	211	213	215	217

**1. Entrenar**

Primeros números primos (100)

Seleccionar números

Comprobar

Completados (1/2)

100

90

80

70

60

50

40

30

20

10

0

Primeros (1/2)

100

90

80

70

60

50

40

30

20

10

0

**2. Aprender**

Segundo número primo (100)

Seleccionar números

Comprobar

Completados (1/2)

100

90

80

70

60

50

40

30

20

10

0

Primeros (1/2)

100

90

80

70

60

50

40

30

20

10

0

**3. Probar**

Primeros números primos (100)

Comprobar

Completados (1/2)

100

90

80

70

60

50

40

30

20

10

0

Primeros (1/2)

100

90

80

70

60

50

40

30

20

10

0

### Reflexión y capacidad crítica

4

En el enunciado de la actividad se han proporcionado algunas de las preguntas que pueden surgir en el proceso de aprendizaje, pero hay infinitas más que el alumnado podría alcanzar. Por ejemplo, vemos que a medida que vamos aumentando la muestra de datos la probabilidad de que 10 sea un número compuesto va creciendo. ¿Esto seguirá pasando? ¿Se estabilizará esa probabilidad en torno a un valor menor que 100 % o irá creciendo hacia él? ¿Ocurrirá así con todos los números o solo con el 10? Si no es con todos, ¿con cuáles? ¿y por qué? Cada paso que damos en el uso de esta herramienta abre multitud de preguntas cuyas respuestas pueden, de hecho, ser alcanzadas mediante el uso de la propia inteligencia artificial.

### Criterios de evaluación

La primera parte de la tarea se evaluará en función de las aportaciones en las puestas en común y las fichas rellenas que contienen la criba de Eratóstenes y la espiral de Ulam. La parte fuerte de la evaluación tiene que ver con el algoritmo construido por el alumnado en Scratch y el que entrenan en LearningML. El código será revisado por el profesor y la calificación atenderá esencialmente a la estructura del programa, donde se valorarán aspectos como la concisión, la optimización y interacción del usuario con la interfaz. También se tendrá en cuenta, evidentemente, que el programa haga lo que se espera de él. Esto es: si es capaz de reconocer la primalidad o no primalidad de los números que le demos. Por último, probaremos una lista de 10 números en el modelo de LearningML. Si el programa acierta con más de un 80 % de fiabilidad en un número recibido, el grupo recibirá 1 punto. Si acierta con un porcentaje entre 50 % y 70 %, la puntuación será de 0,5. Si el programa se equivoca, la puntuación será de 0.

Competencias específicas:

1. Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las matemáticas, aplicando diferentes estrategias y formas de razonamiento, para explorar distintas maneras de proceder y obtener posibles soluciones.
2. Analizar las soluciones de un problema usando diferentes técnicas y herramientas, evaluando las respuestas obtenidas, para verificar su validez e idoneidad desde un punto de vista matemático y su repercusión global
4. Utilizar los principios del pensamiento computacional organizando datos, descomponiendo en partes, reconociendo patrones, interpretando, modificando y creando algoritmos, para modelizar situaciones y resolver problemas de forma eficaz.
5. Reconocer y utilizar conexiones entre los diferentes elementos matemáticos, interconectando conceptos y procedimientos, para desarrollar una visión de las matemáticas como un todo integrado.

### Materiales y licencia

No es necesario el uso de materiales propios en esta actividad más allá del propio del alumnado: papel, bolígrafo, colores. También necesitaremos ordenadores en el aula de informática las dos últimas sesiones.

### Listado de recursos

Regletas:

<https://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoescuela/recursosdigitales/2020/04/29/descomponer-en-factores-primos/> Francisco Morales. CC – Reconocimiento – NoComercial – CompartirIgual (by-nc-sa)

LearningML: <https://web.learningml.org/> Juan David Rodríguez García.

Scratch: <https://scratch.mit.edu/>

### Información adicional

Vídeo presentación de la actividad: <https://youtu.be/voVcQ19Hzoc>